

文章编号: 1000-7598 (2010) 05-1675-06

复合单元法动力分析初步研究

强 晟^{1,2}, 张 杨³

(1.河海大学 水文水资源与水利工程科学国家重点实验室, 南京 210098; 2.河海大学 水利水电工程学院, 南京 210098;
3.扬州大学 水利科学与工程学院, 江苏 扬州 225009)

摘 要: 复合单元法是一种适用于不连续介质结构分析的数值计算方法, 优点是建立网格时不用考虑结构中不连续面, 计算时能离散模拟不连续面。在复合单元法静力计算模型的基础上, 提出了复合单元的动力分析方法。给出了复合单元动力分析的质量矩阵和阻尼矩阵的具体表达式, 通过质量矩阵、刚度矩阵和阻尼矩阵将分布于复合单元内部的惯性力和阻尼力分别转移到复合单元的广义节点上。建立了惯性力、阻尼力、动力荷载及弹性力作用下的复合单元动力系统的控制方程组。以一个基岩内含有两条断层的混凝土重力坝模型地震为例, 采用复合单元法动力分析程序进行计算, 其结果与有限单元法解吻合得较好, 说明所提出方法的正确性和有效性。

关 键 词: 不连续结构; 复合单元法; 动力分析

中图分类号: TV 312

文献标识码: A

Preliminary study of composite element method for dynamic analysis

QIANG Sheng^{1,2}, ZHANG Yang³

(1. State Key Laboratory of Hydrology-Water Resources and Hydraulic Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China;
2. College of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China;
3. College of Hydraulic Science and Engineering, Yangzhou University, Yangzhou Jiangsu, 225009, China)

Abstract: Composite element method (CEM) is a numerical method suitable for discontinuous media structure. The main advantages of CEM are that the discontinuities can be ignored when creating grid, but the discontinuities can be explicitly simulated when calculating. Based on composite element model for static analysis, the composite element model for dynamic analysis is implemented. The formulas of mass matrix and damping matrix for dynamic analysis of CEM are presented. According to mass matrix, stiffness matrix and damping matrix, the inertial forces and the damping forces in composite element are converted to the generalized nodes. The control equations for dynamic system of CEM subjected to the inertia forces, the damping forces, the dynamic loads and the elastic forces are formulated. A seismic example of a concrete gravity dam on a rock base with two faults is computed by the CEM dynamic analysis program. The results meet well with the solution of finite element method (FEM). It shows the validity and effectiveness of the new method.

Key words: discontinuous structure; composite element method; dynamic analysis

1 引 言

近年来, 频发的地震灾害对震区的水利工程结构造成了不同程度的伤害, 灾后需对结构的安全性尽快进行重新评估, 并尽早预报余震对结构的影响。地震作用下的动力分析数值计算是评估和预测的一个重要方法, 尤其对于复杂的水工岩土工程结构分析。目前常用的动力分析方法主要有两个体系: 连续介质分析方法体系和离散介质分析方法体

系。有限单元法是连续介质分析方法体系的代表, 理论及工程应用中相对成熟和完善。有限单元法在动力分析领域已经建立了适合于各类动力相互作用的统一的时域分析基本动力方程^[1], 还有利用有限元结合外推人工边界方法^[2], 这些方法都有效地解决了地震作用下无限地基辐射阻尼影响的问题。由于有限单元法在结构稳定安全度评价方面存在困难, 所以可以利用有限单元法与刚体极限平衡法相结合的方法^[3]来计算地震过程中坝肩边坡岩块抗滑

收稿日期: 2008-10-17

基金项目: 科技部中奥科技合作项目 (No. CN01/2007)。

第一作者简介: 强晟, 男, 1977 年生, 博士, 博士后, 副教授, 从事水工结构和岩土工程数值计算的研究。E-mail: Sqiang2118@163.com

稳定安全系数的时程曲线,得到坝肩边坡控制性的最小安全系数,且安全系数的定义与现行规范一致。对于含有多条不连续面的复杂岩体结构,有限单元法受网格划分和计算能力的限制,分析中往往只能根据经验判断选取几条较重要的不连续面纳入计算模型,这种情况下不能全面反映实际情况。离散元法^[4]、不连续变形分析法^[5]、界面元法^[6]、块体元法^[7]等均可纳入离散介质方法体系。离散介质方法是将岩体视为离散介质,且考虑不连续岩体局部开裂和滑移的影响,从而反映出岩体的地震破坏过程及其抗震安全度。但是,离散介质方法在理论上还不是很成熟,且安全度评价尚无规范可依。

复合单元法是基于有限元、块体元和数值流形方法发展起来的一种计算方法,能合理地模拟岩体中大量的不连续面,且前处理较为简单,能够快速建立计算模型,缩短研究时间。近年来,复合单元法已经逐步应用到砂浆锚杆模拟^[8]、节理岩体锚固模拟^[9]、排水孔模拟^[10]、不连续岩体应力、应变分析^[11]、渗流场分析^[12],以及应力场-渗流场耦合分析^[13]等研究领域中,但不连续岩体的动力分析方面尚未见相关文献。

在动力问题中,荷载的大小、方向和作用点都随时间而变化。相应地,由它引起的响应,即位移、应力等也是变化的,因此,需要求得反应时程中的一系列解答。同时,结构内部的弹性力既要平衡外荷载,又要平衡由加速度引起的惯性力以及与速度有关的阻尼力,可见动力分析方法与静力分析方法有本质的不同。本文在不连续岩体的复合单元静力分析算法的基础上,对复合单元的动力分析方法进行了初步研究,并编制了相应的程序。针对一个基岩中含有两条断层的混凝土重力坝算例,通过复合元和有限元两种方法的计算,验证了复合元动力分析算法和程序的正确性和有效性。

2 复合单元法基本原理

在对一个含有多条不连续面的复杂岩体结构建立复合单元网格模型时,先不用考虑不连续面的影响,只根据结构本身的边界进行网格剖分。然后,根据不连续面的信息和初步的模型网格进行代数 and 几何运算,从而得到复合单元的网格信息^[14]。在该网格系统中既含有有限单元,也含有复合单元,被不连续面切割到的单元成为复合单元。在结构的各类计算过程中,复合单元能够对其所含有的不连续面进行离散模拟,这与不连续面的等效模拟方法有本质的不同。

复合单元法基本思想是,在计算过程中将不连续面置于常规有限单元内部,使得有限单元被分割成多个形状各异的子单元,各子单元内部的物理量由该子单元对应的广义节点进行插值并建立平衡方程,子单元之间则通过相邻的界面产生相互影响和联系,最后统一求解^[11]。由于划分复合单元模型网格时不用考虑不连续面,不连续面在计算环节考虑,因此,复合单元法的前处理比有限元法大大简化,且复合单元法的计算程序可以和有限元法程序无缝衔接。

在复杂的实际工程中,一个复合单元中可能含有多条任意的不连续面,使得该单元被分割成多个子单元。如果一个复合单元被 n_j 个不连续面分割成 n_r 个子单元。如图1所示,子单元 r_2 被3条节理切割所形成,其与3个子单元相邻。

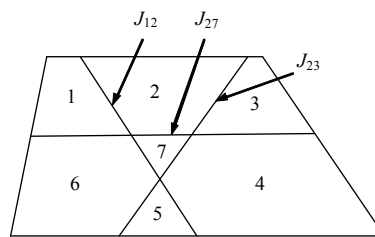


图1 含任意节理面的复合单元
Fig.1 Composite element containing arbitrary discontinuities

记相邻两个子单元 rl 和 rm 之间的不连续面段编号为 J_{rlrm} ,各子单元在复合单元广义节点上的位移增量记为 $\{\Delta U\}_{rl}$,荷载增量记为 $\{\Delta F\}_{rl}$ 。在以上记号基础上可以推导出静力分析的基本控制方程:

$$\begin{bmatrix} [K]_{r1,r1} & \cdots & \cdots & \cdots & [K]_{j_{r1,nr}} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & [K]_{rl,rl} & \cdots & [K]_{j_{rlrm}} & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ [K]_{j_{nr,r1}} & \cdots & \cdots & \cdots & [K]_{nr,nr} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \{\Delta U\}_{r1} \\ \cdots \\ \{\Delta U\}_{rl} \\ \cdots \\ \{\Delta U\}_{rm} \\ \cdots \\ \{\Delta U\}_{nr} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{\Delta F\}_{r1} \\ \cdots \\ \{\Delta F\}_{rl} \\ \cdots \\ \{\Delta F\}_{rm} \\ \cdots \\ \{\Delta F\}_{nr} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

其中:

$$\left. \begin{aligned} [K]_{j_{rl},rm} &= - \iint_{\Gamma_{j_{rl},rm}} [N]^T [L]_{j_{rl},rm}^T [D]_{j_{rl},rm} [L]_{j_{rl},rm} [N] d\Gamma \\ [K]_{rl,rl} &= \iiint_{\Omega_{rl}} [B]_{rl}^T [D]_{rl} [B]_{rl} d\Omega - \\ &\quad \sum_{rm=1, rm \neq rl}^{n_j} H_1(rl, rm) [K]_{j_{rl},rm} \\ H_1(rl, rm) &= \begin{cases} 1, & \text{若 } rl \text{ 和 } rm \text{ 是相邻子单元} \\ 0, & \text{若 } rl \text{ 和 } rm \text{ 不是相邻子单元} \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式(1)、(2)中: $[N]$ 为形函数; $[L]$ 为不连续面坐标转换矩阵; $[K]$ 为刚度矩阵; $[D]$ 为弹性矩阵。

总体控制方程的坐标系规定如下, 定义总体坐标的 X 轴指向正东, Y 轴指向正北, Z 轴铅直向上。每个不连续面有独立的局部坐标系(图2): z_j 轴垂直于不连续面且指向上, y_j 轴沿不连续面且指向其倾角方向, x_j 轴的指向由右手螺旋法则确定。总体坐标系与局部坐标系之间的转换关系见文献[11]。

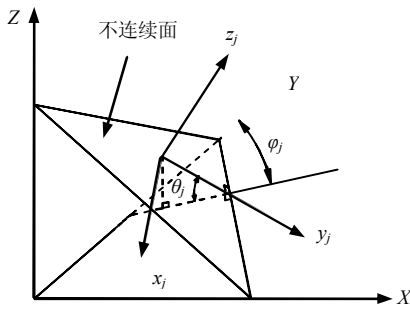


图2 不连续面的局部坐标系

Fig.2 Local coordinate system of discontinuity

3 复合单元法动力分析

对结构进行动力分析需要求解一个动力平衡方程组。由于考虑了动力因素, 结构的平衡是动应力与常规静力外荷载、惯性力、阻尼力的平衡, 而求解的未知数除了常规的静态位移外还有速度和加速度, 它们分别是位移和时间的1阶和2阶导数。

用复合单元法求解动力问题的过程与有限元动力分析过程类似。通过广义质量矩阵、广义刚度矩阵和广义阻尼矩阵将分布于子单元和不连续面内部的广义弹性力、广义惯性力和广义阻尼力分别转移到复合单元的相应广义节点上, 然后导出复合单元动力系统的控制方程组。这些力是未知的, 但它们可以由位移、速度和加速度来表达。

3.1 复合单元的刚度矩阵

复合单元法的刚度矩阵已经在静力控制方程组中进行了说明。但如果采用直接积分法来逐步地求

解非线性的运动方程, 必须计入质量和阻尼的效应以形成有效刚度矩阵 $[\tilde{K}]$:

$$[\tilde{K}] = [K] + a_0 [M] + a_1 [C] \quad (3)$$

式中: $[K]$ 为刚度矩阵; $[M]$ 为质量矩阵; $[C]$ 为阻尼矩阵; a_0 和 a_1 是与计算步长有关的参数。

3.2 复合单元的质量矩阵

在动力计算中可采用两种质量矩阵, 即协调质量矩阵和集中质量矩阵。集中质量矩阵是一个对角线矩阵, 存储量少, 计算方便。在复合单元法的动力分析中采用集中质量矩阵。

复合单元被一条或多条节理分割为几个岩块子单元, 每一个岩块子单元的质量由其密度乘以岩块体积得到。为了方便起见, 将每个岩块子单元的质量平均分配到其对应的实节点和虚节点上, 形成子单元的集中质量矩阵。在复合单元法中, 由于假定节理面是无厚度的, 所以不连续面的质量矩阵为0。由岩块子单元组合而成的复合单元 i 的集中质量矩阵成为对角阵:

$$[m]_i = \text{diag}(m_1, m_2, \dots, m_n) \quad (4)$$

式中: n 为复合单元 i 的广义节点数。

结构中每个复合单元和有限单元的集中质量矩阵获得后, 采用与刚度矩阵相同的方式合成为整体集中质量矩阵 $[M]$ 。

3.3 复合单元的阻尼矩阵

在强迫振动的情况下, 阻尼对结构的响应起着决定性的作用。由于阻尼问题比较复杂, 结构的整体阻尼矩阵 $[C]$ 不是由单元阻尼矩阵经过集合得到的, 通常是根据实测资料, 由振动过程中结构整体的能量消耗来决定阻尼矩阵的近似值。为了避免因阻尼力而发生振型之间的耦合, 这里采用 Rayleigh 阻尼矩阵, 即按照质量矩阵和刚度矩阵的线性组合来计算, 其表达式为

$$[C] = \alpha [M] + \beta [K] \quad (5)$$

式中: α 和 β 为系数, 需要根据实测资料确定。文献[15]介绍了一种确定系数 α 和 β 的方法。需要知道2个以上的振型向量、圆频率和阻尼比, 为了简单起见, 本文采用下式确定系数^[16]:

$$\alpha = \xi \omega_1, \beta = \xi / \omega_1 \quad (6)$$

式中: ω_1 为系统的第一振型圆频率; ξ 为单元材料的阻尼比, 需要通过试验确定。当缺少试验资料时, 可粗略地取 $\xi = 0.05$ ^[6]。

3.4 动力分析的控制方程组

一个多自由度系统的动力响应由下面的运动方程组控制:

$$[M]\{\ddot{U}\} + [C]\{\dot{U}\} + [K]\{U\} = \{P(t)\} \quad (7)$$

式中: $\{U\}$ 、 $\{\dot{U}\}$ 和 $\{\ddot{U}\}$ 分别为广义节点的位移向量、速度向量和加速度向量; $\{P(t)\}$ 为与时间有关的动力荷载函数。求解运动方程组后, 可得到每个广义节点的位移响应, 继而可算出速度和加速度响应。如果系统中不存在阻尼, 那么运动方程组中将不包含阻尼项。运动方程组的常用解法有常加速度法、Newmark- β 、Wilson- θ 法等, 这些方法都是直接积分法, 其中 Wilson- θ 法是隐式积分方法, 即每计算一步, 必须解一个线性代数方程组, 当 $\theta > 1.37$ 时, 它是无条件稳定的。此外, 这种算法是自起步的, $t + \theta\Delta t$ 时刻的位移、速度和加速度都可以由 t 时刻的量表示, 不需作特别地启动处理。本文采用 Wilson- θ 法解控制方程。

4 算例研究

图 3 为一个基岩重力坝模型的 X-Z 剖面图, 坝基含 2 条断层 F1 和 F2。沿坝轴线方向 (坐标轴 Y 方向) 取出 10 m 厚的坝段进行分析。图 4 为输入的水平地震加速度时程曲线。

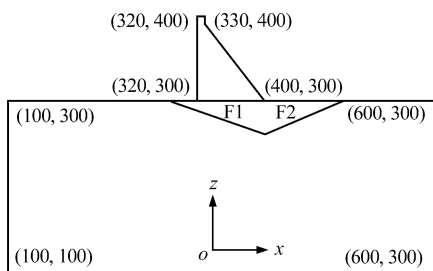


图 3 重力坝模型 X-Z 剖面图 (单位: m)

Fig.3 X-Z profile of gravity dam model (unit: m)

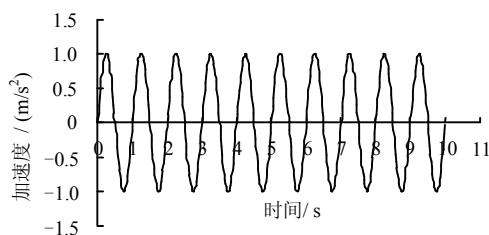


图 4 输入地震加速度时程曲线

Fig.4 Duration curve of input seismic acceleration

基岩动态弹性模量取为 15 GPa, 泊松比为 0.20, 密度为 2.5 g/cm³。坝体混凝土动态弹性模量为 20 GPa, 泊松比为 0.15, 密度为 2.5 g/cm³。F1

断层法向刚度为 600 MN/m³, 切向刚度为 300 MN/m³; F2 断层法向刚度为 1 600 MN/m³, 切向刚度为 700 MN/m³。作为初步研究, 仅考虑弹性本构关系。

文献[7]提供了该算例在上述计算条件下采用 ANSYS 软件进行的有限元计算结果, 可以作为复合元计算结果的对比。有限元网格见图 5, 图中的 F1 和 F2 断层需按照其产状剖分为有限单元。

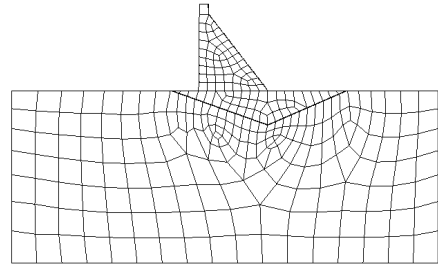


图 5 有限单元网格

Fig.5 Finite element mesh

图 6 为模型的复合单元法网格, 在含有断层的区域, 采用最简单的长方体单元, 基岩的其他区域网格逐步向外扩散。当然, 对模型剖分复合元网格时不是必须把含有不连续面区域的网格剖分成非常规则的长方体单元, 目前的复合元前处理程序能够处理任意的六面体单元^[14]。图 6 所示的网格完成后, 采用复合单元前处理程序, 用 F1 和 F2 断层切割复合单元网格。被这 2 条断层穿过的单元为复合单元, 其他单元仍为有限单元。图 7 和图 8 分别显示了复合单元中被断层分割为上盘和下盘的岩块子单元。图 9~12 分别为复合单元法和有限单元法计算所得的坝顶加速度时程和位移时程曲线。

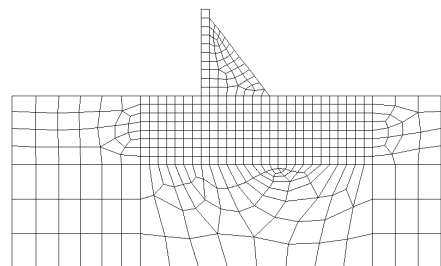


图 6 复合单元网格

Fig.6 Composite element mesh

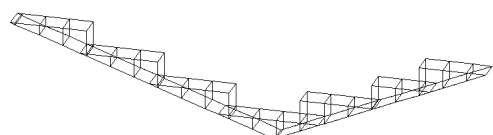


图 7 位于断层上盘的岩块子单元

Fig.7 Rock sub-element at the upside of faults

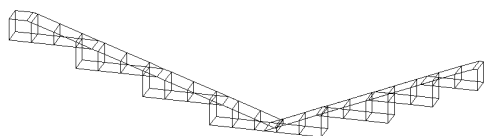


图8 位于断层下盘的岩块子单元

Fig.8 Rock sub-element at the downside of faults

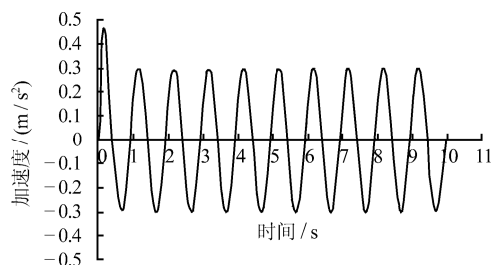


图9 有限元法计算的坝顶加速度时程曲线

Fig.9 Duration curve of dam crest accelerations by FEM

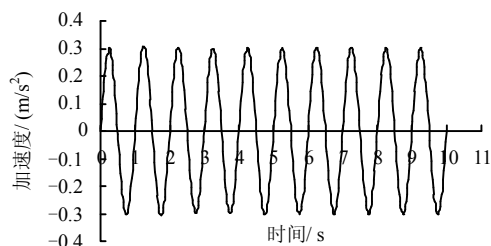


图10 复合单元法计算的坝顶加速度时程曲线

Fig.10 Duration curve of dam crest accelerations by CEM

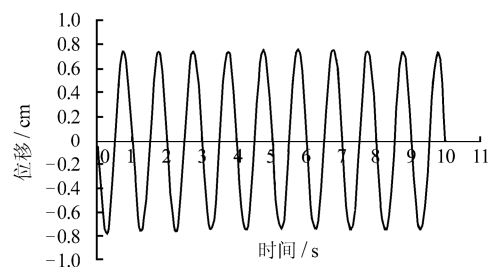


图11 有限单元法计算的坝顶位移时程曲线

Fig.11 Duration curve of dam crest displacements by FEM

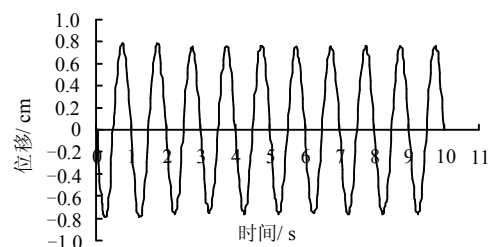


图12 复合单元法计算的坝顶位移时程曲线

Fig.12 Duration curve of dam crest displacements by CEM

由图9~12可知,复合单元法与有限元法的计算结果非常接近,可见复合单元动力分析的基本算

法和程序是正确的。但如果要考虑真实情况下的地震影响,还有一些需要继续完善和深入的工作,如库水和坝体的相互作用、地震波的合理输入方式,非线性地震反应等。

5 结论与展望

在复合单元法静力计算模型的基础上,提出了复合单元的动力分析方法,该方法可用于分析不连续介质结构的动力响应。给出了动力分析的复合单元法中质量矩阵和阻尼矩阵的具体表达式,通过质量矩阵、刚度矩阵和阻尼矩阵将分布于复合单元内部的惯性力和阻尼力分别转移到复合单元的广义节点上。建立了惯性力、阻尼力、动力荷载及弹性力作用下的复合单元动力系统的控制方程组,采用Wilson- θ 方法求解控制方程组。

编程实现上述算法,以一个基岩内含有2条断层的混凝土坝模型地震为例,通过复合单元法动力分析计算得到了结构的位移、加速度响应历程。将计算结果和有限元解对比,可以看出两种方法的解吻合得较好,说明所提出方法的正确性和有效性。由于复合单元法前处理简单,在离散模拟岩体中大量的不规则结构面时有较大优越性,因此很适合于水工及岩土工程结构动力及地震作用下的变形及稳定分析。

含有复杂不连续面的三维模型前处理和计算已经能够应用到实际工程中^[14, 17],但本文的算例中不连续面的倾向为0,类同于二维情况,复杂三维条件下的不连续岩体动力计算程序还需要进一步完善。复合单元方法在处理结构中已经存在的不连续面时比较方便,但对于模拟新发展的不连续界面,比如静荷载或动荷载作用下的裂缝扩展等,目前还有待进一步发展,而这对结构损伤发展的分析很有意义。在已经发展的复合单元法静力计算中,采用了弹黏塑性本构关系^[8, 11],在单元或子单元破坏时进行黏塑性迭代直至收敛。而动力计算过程中有很多时步,每个时步瞬间加载,与其他动力计算一样,本文的算例在每一个时步中只进行弹性计算。今后如果能将损伤模型引入复合单元法的动力计算,则能够更加贴近工程实际。

参 考 文 献

- [1] 李建波,林皋,陈健云,等. 结构-地基动力相互作用时域数值计算模型研究[J]. 地震工程与工程振动, 2005, 25(2): 169—176.

- LI Jian-bo, LIN Gao, CHEN Jian-yun, et al. Study on time-domain numerical methods for dynamic analysis of structure-foundation interaction[J]. **Earthquake Engineering and Engineering Vibration**, 2005, 25(2): 169—176.
- [2] 杜修力, 陈厚群, 侯顺载. 拱坝-地基系统的三维非线性地震反应分析[J]. 水利学报, 1997, (8): 7—14.
- DU Xiu-li, CHEN Hou-qun, HOU Shun-zai. The three-dimensional nonlinear earthquake response analysis of arch dam-foundation system[J]. **Journal of Hydraulic Engineering**, 1997, (8): 7—14.
- [3] 张伯艳, 陈厚群, 杜修力, 等. 拱坝坝肩抗震稳定分析[J]. 水利学报, 2000, (11): 55—59.
- ZHANG Bo-yan, CHEN Hou-qun, DU Xiu-li, et al. Arch dam abutment seismic stability analysis[J]. **Journal of Hydraulic Engineering**, 2000, (11): 55—59.
- [4] 鲁军, 张楚汉, 王光伦, 等. 岩体动静力稳定分析的三维离散元数值模型[J]. 清华大学学报(自然科学版), 1996, 36(10): 98—104.
- LU Jun, ZHANG Chu-han, WANG Guang-lun, et al. Three-dimensional distinct element numerical model for static and dynamic analysis of rock mass[J]. **Journal of Tsinghua University(Science and Technology)**, 1996, 36(10): 98—104.
- [5] SHI G H. Discontinuous deformation analysis: a new numerical model for the statics and dynamics of deformable block structures[J]. **Engineering Computations**, 1992, 9(2): 157—168.
- [6] 卓家寿, 张青. 不连续介质力学问题的界面元法[M]. 北京: 科学出版社, 2000.
- [7] 郑惠峰, 汪卫明, 陈胜宏. 块体单元法动力分析研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(3): 608—613.
- ZHENG Hui-feng, WANG Wei-ming, CHEN Sheng-hong. Study on block element method for dynamic analysis[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2007, 26(3): 608—613.
- [8] CHEN S H, QIANG S, CHEN S F, et al. Composite element analysis and justification for the rock masses reinforced by fully grouted bolt[J]. **Rock Mechanics and Rock Engineering**, 2004, 37(3): 193—212.
- [9] 何则干, 陈胜宏. 加锚节理岩体的复合单元法研究[J]. 岩土力学, 2007, 28(8): 1544—1549.
- HE Ze-gan, CHEN Sheng-hong. Study on bolted discontinuous rock mass by composite element method[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2007, 28(8): 1544—1549.
- [10] CHEN S H, XU Q, HU J. Composite elements method for seepage analysis of geotechnical structures with drainage hole array[J]. **Journal of Hydrodynamics (Series B)**, 2004, 16(3): 260—266.
- [11] CHEN S H, QIANG S. Composite element model for discontinuous rock masses[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, 2004, 41(5): 865—870.
- [12] 许桂生, 陈胜宏. 无压渗流分析的复合单元法[J]. 岩土力学, 2005, 26(5): 745—749.
- XU Gui-sheng, CHEN Sheng-hong. Unconfined seepage analysis with composite element method[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2005, 26(5): 745—749.
- [13] 薛雯鸾, 陈胜宏. 岩石裂隙渗流与法向应力耦合的复合单元模型[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(增刊 1): 2613—2619.
- XUE Luan-luan, CHEN Sheng-hong. Composite element model of seepage-normal stress coupling for rock fractures[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2007, 26(Supp. 1): 2613—2619.
- [14] QIANG S, ZHANG Y, CHEN S H. Research on the pre-process of three dimensional composite element method for discontinuous rock[C]//Proceedings of the Sixth European Conference on Numerical Methods in Geotechnical Engineering. London: Taylor and Francis Group, 2006: 283—288.
- [15] 朱伯芳. 有限单元法原理与应用(第二版)[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 1998.
- [16] 陆述远. 高等水工结构[M]. 北京: 中国电力出版社, 1999.
- [17] QIANG S, ZHANG Y, CHEN S H, et al. Application of composite element method to Pubugou underground engineering[C]//Proceedings of the 4th Asian Rock Mechanics Symposium. Singapore: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2006: 169.